FIB
Departament d'Estadística
i Investigació Operativa
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
UPC

Bases de l'estadística
Annex

Bloc C – Probabilitat i Estadística

2024

Índex

1. Estimació puntual. Propietats dels estimadors
2. Estimació per interval. Simulació
3. “P-value”

1. Estimació puntual. Propietats dels estimadors

- Inevitablement, les estimacions puntuals **fallen** o, millor dit, com depenen de la mostra que "ens ha tocat", **fluctuen** (encara que usualment tan sols observem un valor)
- Les 2 obsessions de l'Estadística són:
  - **quantificar** els errors d'estimació
  - **minimitzar** aquests errors
- L'error tipus o típic informa de l'**error esperat** a l'equiparar el valor de l'estimador obtingut en l'estudi amb el valor del paràmetre poblacional.
- Com l'estimador és "qualsevol" estadístic que s'utilitzi amb fins inferencials, hem de definir les propietats que permeten definir els "millors".

Nota: *l'error exacte en una mostra concreta roman desconegut, podent ser inferior o superior que l'error típic o esperat*

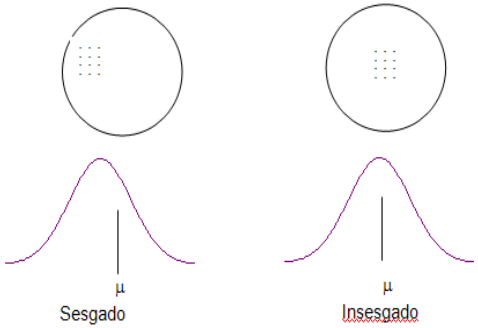
Estimació puntual. Propietats dels estimadors

Propietats desitjables

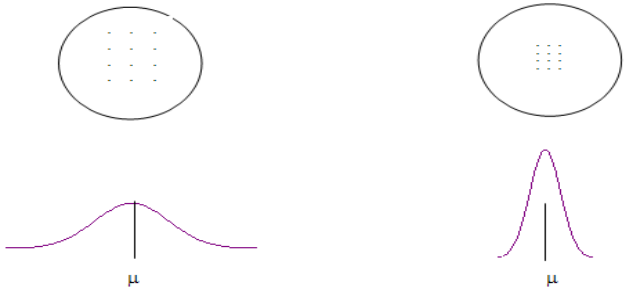
- **No tenir biaix** (= *sesgo*, *bias*) → $Biaix = 0$
  - Biaix és la diferència entre el centre de la distribució del estimador $[E(\hat{\theta})]$ i el valor del paràmetre a estimar $[\theta]$

$$Biaix = E(\hat{\theta}) - \theta$$

  - Un estimador $\hat{\theta}$ del paràmetre θ és NO esbiaixat si Biaix = 0

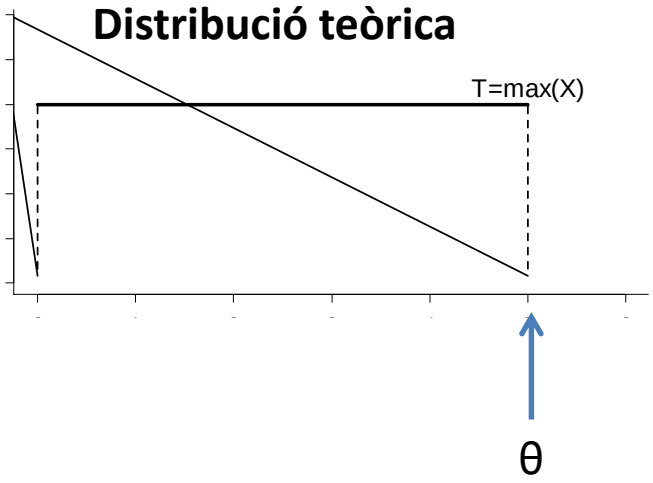


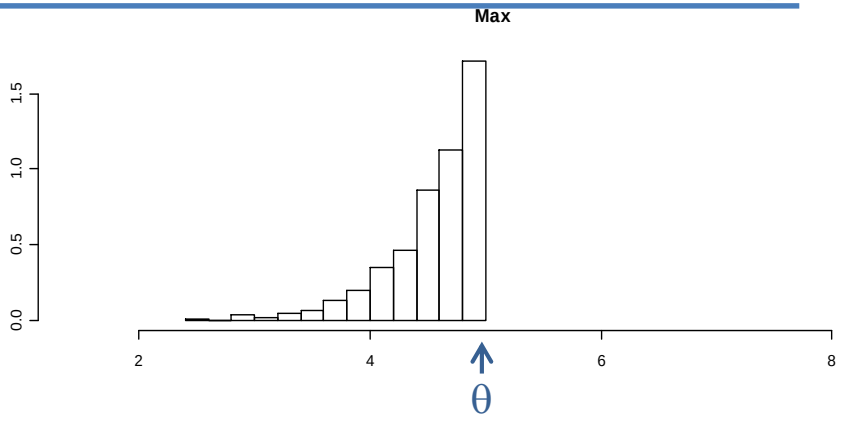
- **Ser Eficient** → $V(\hat{\theta}) \downarrow$
  - Entre dos estimadors NO esbiaixats, es diu que és més eficient el que té una variància menor

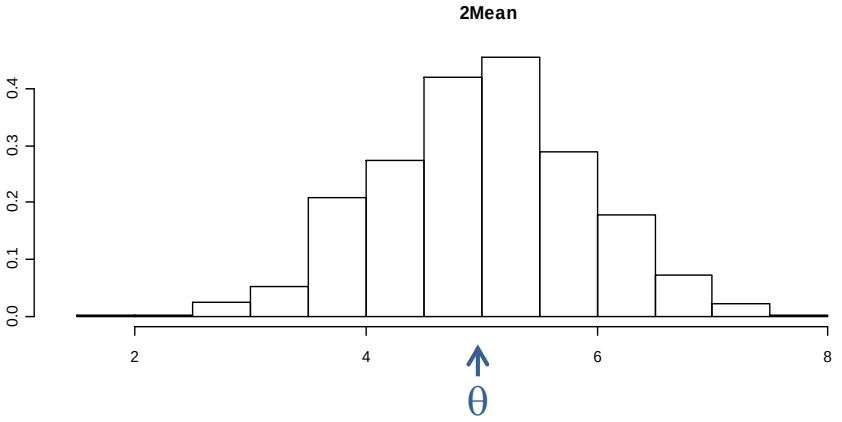


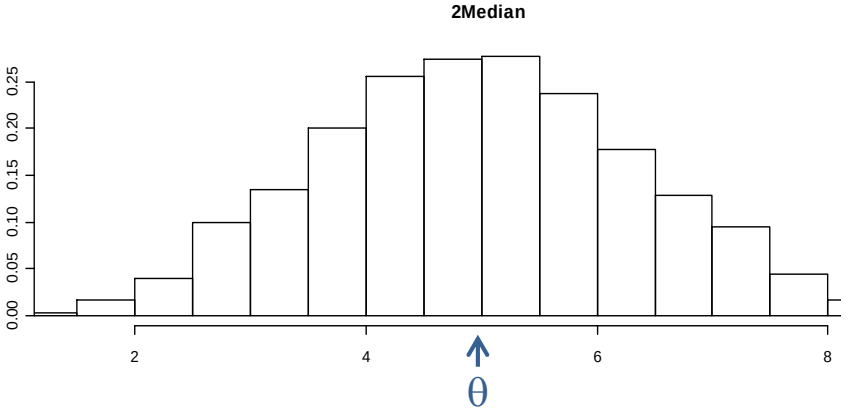
Estimació puntual. Exemple

Estimar el límit superior **θ** d'una llei uniforme, amb mínim zero: U[0 , **θ**]







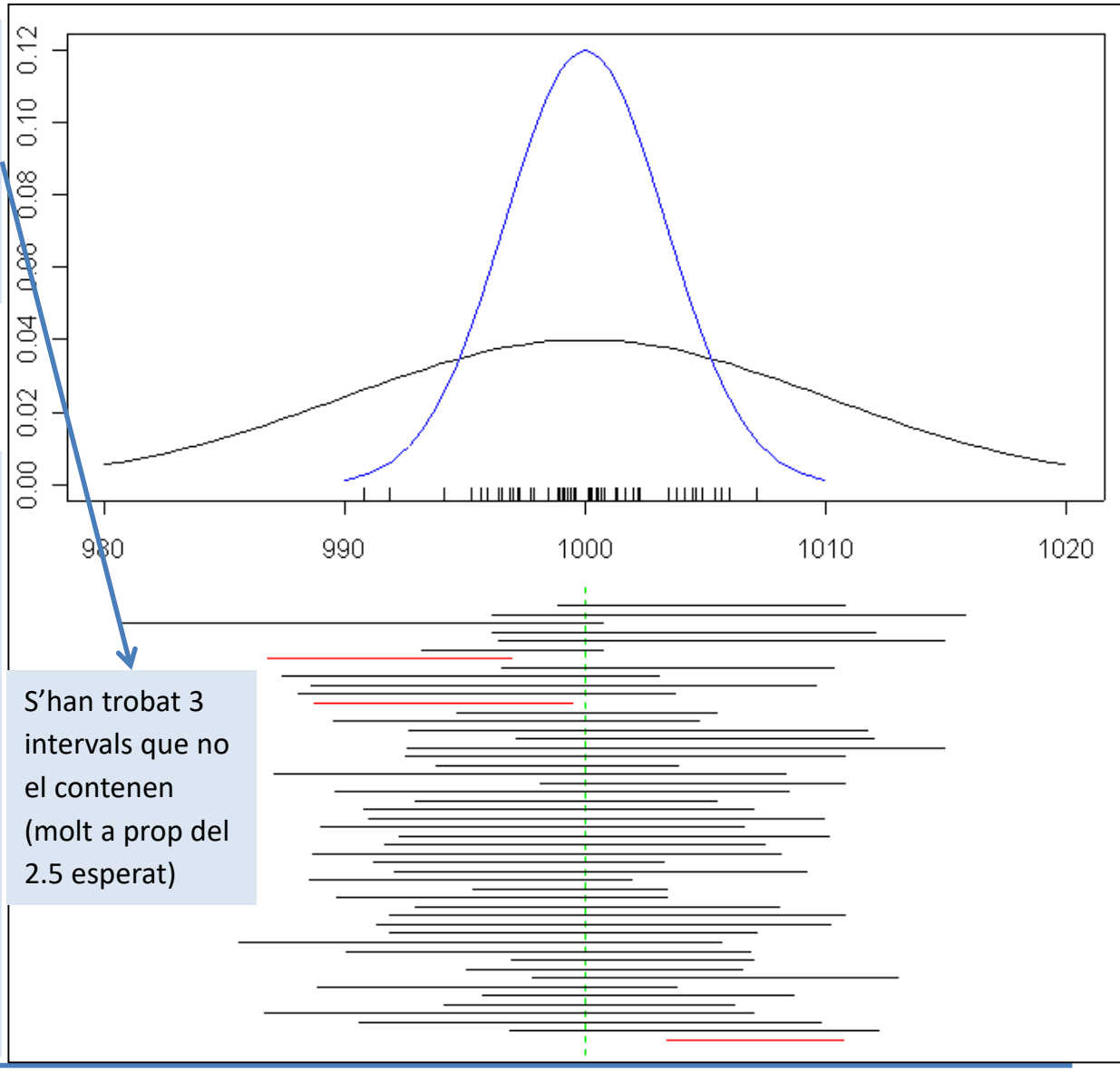


Tres estimadors possibles:

- Màxim de la mostra (esbiaixat)
- Doble de la mitjana mostral (no esbiaixat)
- Doble de la mediana mostral (no esbiaixat)

2. Estimació per interval de μ. Simulació

S'han simulat 50 mostres amb n=9 provinents d'una N(μ=1000, σ). Calculant el IC95%, esperem que aproximadament el 5% (2.5) d'ells no continguin el valor real de μ



S'han trobat 3 intervals que no el contenen (molt a prop del 2.5 esperat)

Nota tècnica: Amb un IC determinat (p.ex., [985, 1004]), s'ha de dir "**tenim un alt grau de confiança (p.ex., 95%) de que el paràmetre es trobi entre aquest dos valors**", però no és correcte parlar d'una probabilitat de 0.95 que el paràmetre estigui entre els dos valors trobats, perquè el paràmetre no es considera un element aleatori. Serà desconegut, però no és incert!

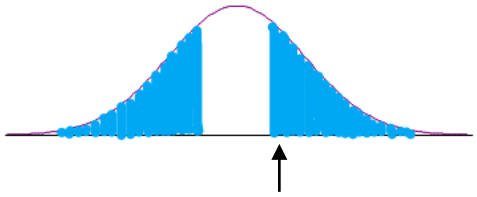
3. "P-value"

Un IC informa, amb un cert risc, dels **valors versemblants del paràmetre** d'acord amb l'evidència empírica que les dades aporten, a partir d'aïllar el paràmetre de la fórmula d'un estadístic del qual en coneixem la seva distribució

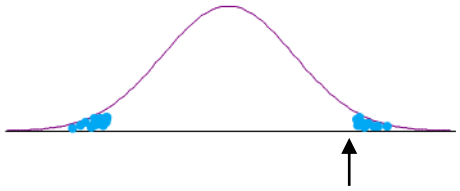
A més a més, podem preguntar-nos per **un valor concret del paràmetre**, confrontant-lo amb la informació que les dades ens proporcionen. Substituint el valor concret en la fórmula de l'estadístic permet calcular un punt de la distribució de referència i la probabilitat d'obtenir valors més extrems

El P-value és la probabilitat d'obtenir per atzar un resultat més "extrem" que el de la mostra observada (en el bloc D es veuen més funcions en R que proporcionen P-values):

- Si és bastant probable trobar una altra mostra més "extremada" que la disponible, també vol dir que aquesta no deu ser gaire estranya (l'atzar pot explicar sense esforç les diferències trobades), i per tant no hi ha evidència per dubtar que el valor concret sigui versemblant



- Si és poc probable trobar una altra mostra més "extremada" que la disponible, llavors serà més difícil justificar que les diferències entre la mostra observada i el valor contrastat es deuen només a l'atzar, i per tant hi ha evidència per dubtar que el valor concret sigui versemblant



3. "P-value"

El P-value és una mesura estadística molt útil, però pot ser mal interpretada o usada malament. A continuació teniu algunes reflexions de l'article de Ronald L.Wasserstein "ASA Statement on Statistical Significance and *P*-Values":

- *P-values can indicate how incompatible the data are with a specified statistical model*
- *P-values do not measure the probability that the studied hypothesis is true*
- *Conclusions should not be based only on whether a p-value passes a specific threshold. Proper inference requires full reporting and transparency*
- *A p-value does not measure the size of an effect or the importance of a result*
- *By itself, a p-value does not provide a good measure of evidence regarding a model*

In conclusion, good statistical practice, as an essential component of good scientific practice, emphasizes principles of good study design and conduct, a variety of numerical and graphical summaries of data, understanding of the phenomenon under study, interpretation of results in context, complete reporting and proper logical and quantitative understanding of what data summaries mean. No single index should substitute for scientific reasoning